

Nazwisko .....

Data .....

Nr na liście .....

Imię .....

Wydział .....

Dzień tyg. ....

Godzina .....

## Ćwiczenie 414

### Wyznaczanie współczynnika lepkości cieczy metodą Stokesa

#### Metoda kropeł

Ciecz: OLEJ	Promień cylindra, $R = \dots\dots\dots$ m		Droga	$s_1 = \dots\dots\dots$ m			$s_2 = \dots\dots\dots$ m		
Gęstość cieczy, $\rho_c$	[kg/m <sup>3</sup> ]		Czas, [s]						
Poziom wody w biurecie — początkowy, $V_1$	[m <sup>3</sup> ]								
Poziom wody w biurecie — końcowy, $V_2$	[m <sup>3</sup> ]								
Objętość $n = \dots\dots\dots$ kropeł, $V =  V_1 - V_2 $	[m <sup>3</sup> ]		Średni czas	$t_1 = \dots\dots\dots$ s			$t_2 = \dots\dots\dots$ s		
Objętość 1 kropli, $V_k = V/n$	[m <sup>3</sup> ]		Prędkość [m/s]	$u_1 = \dots\dots\dots$			$u_2 = \dots\dots\dots$		
Średni promień kropli wody, $r$	[m]		Wsp. lepkości [Pa·s]	$\eta_1 = \dots\dots\dots$			$\eta_2 = \dots\dots\dots$		
Średnia masa kropli wody, $m_k$	[kg]		Średni współczynnik lepkości [Pa·s]				$\eta = \dots\dots\dots$		

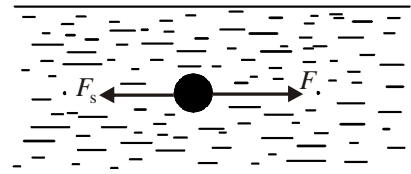
#### Teoretyczna wartość

współczynnika lepkości ..... [Pa·s] dla temperatury ..... °C

## Ćwiczenie 414. Wyznaczanie współczynnika lepkości cieczy metodą Stokesa

### Wprowadzenie

Wyobraźmy sobie, że zanurzamy kulkę w cieczy i zaczynamy ją ciągnąć ze stałą prędkością. Zastanówmy się, od czego zależy opór, jaki stawia ciecz poruszającej się kulce, czyli kiedy mocniej a kiedy słabiej trzeba ją ciągnąć, aby zachować daną prędkość. Jeżeli zmienimy kulkę na większą, to opór wzrośnie. Siła oporu zależy, zatem, od promienia kulki. Jeżeli zwiększymy prędkość kulki, to opór również rośnie. Siła oporu zależy także od rodzaju cieczy, a konkretnie od jej lepkości. Im ciecz bardziej lepka tym siła oporu jest większa.

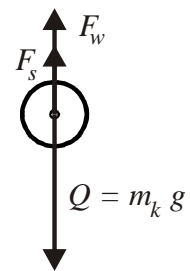


Dokładnie siłę oporu  $F_s$ , działającą na sztywną kulkę poruszającą się w nieograniczonym lepkim płynie powolnym jednostajnym ruchem postępowym, określa *prawo Stokesa*. Mówi ono, że  $F_s$  jest wprost proporcjonalna do prędkości  $u$  kulki, jej promienia  $r$  oraz współczynnika lepkości  $\eta$  cieczy, a współczynnik proporcjonalności (w przypadku kulki) równy jest  $6\pi$ .

$$F_s = 6\pi r u \eta. \quad (1)$$

Prawo Stokesa można wykorzystać do wyznaczenia współczynnika lepkości. Jeżeli kulka o promieniu  $r$ , i prędkości  $u$  natrafia na opór  $F_s$ , to z równania (1) można obliczyć wartość  $\eta$ .

Rozpatrzmy teraz spadanie kulki w cieczy. Spadająca kulka w cieczy podlega działaniu trzech sił: ciężkości  $Q = mg$ , oporu lepkości  $F_s$  i wyporu  $F_w$ . Początkowo siła ciężkości jest większa od sumy sił pozostałych i kulka spada ruchem przyspieszonym ze wzrastającą prędkością  $u$ . Ale w miarę wzrastania prędkości, zgodnie z prawem Stokesa, opór lepkości coraz bardziej rośnie i w pewnej chwili siła ciężkości staje się równa sumie  $F_s + F_w$ . Od tego momentu dalszy spadek kulki odbywa się ruchem jednostajnym. Napiszmy warunek równowagi sił, powodujący ruch jednostajny kulki:



$$m_k g = F_s + F_w. \quad (2)$$

Zgodnie z *prawem Archimedes*, siła wyporu równa jest ciężarowi cieczy wypartej przez zanurzone w niej ciało. Jeżeli objętość kulki wynosi  $V_k$ , a gęstość cieczy  $\rho_c$ , to siłę wyporu jest równa

$$F_w = V_k \rho_c g. \quad (3)$$

Podstawiamy do warunku równowagi sił (2) wzory (1) i (3),

$$m_k g = 6\pi r u \eta + V_k \rho_c g,$$

i po przekształceniach otrzymujemy wzór na współczynnik lepkości:

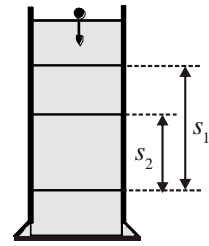
$$\eta = \frac{(m_k - V_k \rho_c) g}{6\pi r u}. \quad (4)$$

Równanie (4) jest słuszne jedynie w zastosowaniu do cieczy rozciąglitych, tzn. znajdujących się w bardzo szerokich naczyniach. Jeżeli kulka spada w rurze cylindrycznej o promieniu  $R$ , występujący wówczas wpływ powierzchni naczynia zmniejsza prędkość spadania i do wzoru (4) należy wprowadzić czynnik korekcyjny, zależny od stosunku  $r/R$ . Skorygowany wzór, służący do wyznaczania współczynnika lepkości, ma postać następującą:

$$\eta = \frac{(m_k - V_k \rho_c) g}{6\pi r u \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)}. \quad (5)$$

### Wykonanie zadania

Ćwiczenie polega na wyznaczeniu współczynnika lepkości oleju parafinowego. W doświadczeniu wykorzystamy szklany cylinder wypełniony badaną cieczą. Do badania oleju wykorzystamy krople wody wypuszczane z biurety.



Kolejno wyznaczamy następujące wielkości:

- Promień cylindra  $R$  określamy, mierząc jego średnicę wewnętrzną za pomocą suwmiarki.
- Gęstość cieczy  $\rho_c$  mierzymy za pomocą odpowiedniego dla danej cieczy areometru (gęstość oleju jest mniejsza od gęstości wody  $\rho_w$ , a gęstość gliceryny – większa od  $\rho_w$ ).
- Objętość kropli wody  $V_k$  — mierzymy poziom wody w biurecie na początku i na końcu doświadczenia i liczymy wszystkie wypuszczone krople.
- Masa kropli  $m_k$  — znając gęstość wody i objętość kropli obliczamy jej masę.
- Promień kropli  $r$  (obliczamy wykorzystując wzór na objętość kuli) —  $r = \sqrt[3]{3V_k/4\pi}$ .
- Pomiar prędkości  $u$ : Zaznaczamy na cylindrze dwie drogi o różnej długości  $s_1$  i  $s_2$  i mierzymy stoperem czasy spadania kropeł. Krople wypuszczamy z biurety, której koniec powinien być zanurzony w cieczy (kranik odkręcamy nieznacznie i czekamy, aż kropla sama oderwie się od biurety). Pomiar wykonujemy kilka razy dla każdej drogi. Obliczamy średni czas spadania  $t_1$  (dla drogi  $s_1$ ) i  $t_2$  (dla drogi  $s_2$ );  $u_i = s_i/t_i$ ,  $i = 1, 2$ .

### Rachunek błędów

Błędy względne wyznaczenia współczynnika lepkości obliczamy metodą różniczki zupełnej, którą stosujemy do wzoru (5). Przyjmujemy, że wielkościami obciążonymi błędem pomiaru są:  $u$ ,  $m_k$ ,  $V_k$ ,  $\rho_c$ ,  $r$ , natomiast pomijamy błąd pomiaru promienia  $R$  cylindra ze względu na jego znikomy wpływ na końcową wartość  $\Delta\eta$ :

Po obliczeniu pochodnych cząstkowych i dokonaniu odpowiednich przekształceń dostajemy:

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\Delta u}{u} + \frac{\Delta m_k + \rho_c \cdot \Delta V_k + V_k \cdot \Delta \rho_c}{m_k - \rho_c V_k} + \frac{1 + 4,8(r/R)}{1 + 2,4(r/R)} \cdot \frac{\Delta r}{r}.$$

Błędy pomiaru wielkości fizycznych, obliczamy (dla pomiaru  $i = 1$  lub  $2$ ) następująco:

- $\frac{\Delta u_i}{u_i} = \frac{\Delta s_i}{s_i} + \frac{\Delta t_i}{t_i}$ ;  $\Delta s_i$  – dokładność pomiaru drogi,  $\Delta t_i = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (t_i - t_{ik})^2}{n(n-1)}}$  (błąd standardowy średniego czasu spadania kulki dla  $n$  pomiarów wykonanych dla jednej z dwóch dróg),
- $\Delta m_k$  równy jest: dla kropeł —  $\Delta m_k = \rho_w \cdot \Delta V_k$ , gdzie  $\rho_w$  oznacza gęstość wody,
- $\Delta V_k$  określamy jako podwojoną dokładność pomiaru objętości cieczy w cylinderku miarowym lub biurecie, podzieloną przez liczbę kulek lub kropeł,
- $\Delta \rho_c$  równe jest najmniejszej podziałce na skali areometru ( $1 \text{ kg/m}^3$ ),
- $\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta V_k}{3V_k}$  — metodę pochodnej logarytmicznej zastosowano do wzoru  $r = \left(\frac{3V_k}{4\pi}\right)^{1/3}$ .