

Nazwisko

Data

Nr na liście

Imię

Wydział

Dzień tyg.

Godzina

Ćwiczenie 413

Wyznaczanie współczynnika lepkości cieczy metodą Stokesa

Metoda kulek z ciała stałego

Ciecz: GLICERYNA	Promień cylindra $R = \dots\dots\dots$ m		Droga	$s_1 = \dots\dots\dots$ m			$s_2 = \dots\dots\dots$ m		
Gęstość cieczy, ρ_c	[kg/m ³]		Czas, [s]						
Masa $n = \dots\dots\dots$ kulek, m	[kg]								
Śr. masa 1. kulki, m_k	[kg]								
Objętość n kulek, V	[m ³]		Średni czas	$t_1 = \dots\dots\dots$ s			$t_2 = \dots\dots\dots$ s		
Obj. 1 kulki, $V_k = V/n$	[m ³]		Prędkość [m/s]	$u_1 = \dots\dots\dots$			$u_2 = \dots\dots\dots$		
Śr. promień kulki, r	[m]		Wsp. lepkości [Pa·s]	$\eta_1 = \dots\dots\dots$			$\eta_2 = \dots\dots\dots$		
			Średni współczynnik lepkości, [Pa·s]	$\eta = \dots\dots\dots$					

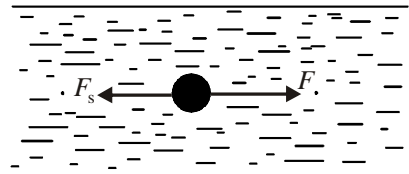
Teoretyczna wartość

współczynnika lepkości [Pa·s] dla temperatury °C

Ćwiczenie 413. Wyznaczanie współczynnika lepkości cieczy metodą Stokesa

Wprowadzenie

Wyobraźmy sobie, że zanurzamy kulkę w cieczy i zaczynamy ją ciągnąć ze stałą prędkością. Zastanówmy się, od czego zależy opór, jaki stawia ciecz poruszającej się kulce, czyli kiedy mocniej a kiedy słabiej trzeba ją ciągnąć, aby zachować daną prędkość. Jeżeli zmienimy kulkę na większą, to opór wzrośnie. Siła oporu zależy, zatem, od promienia kulki. Jeżeli zwiększymy prędkość kulki, to opór również rośnie. Siła oporu zależy także od rodzaju cieczy, a konkretnie od jej lepkości. Im ciecz bardziej lepka tym siła oporu jest większa.

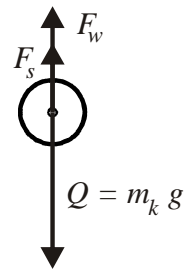


Dokładnie siłę oporu F_s , działającą na sztywną kulkę poruszającą się w nieograniczonym lepkim płynie powolnym jednostajnym ruchem postępowym, określa *prawo Stokesa*. Mówi ono, że F_s jest wprost proporcjonalna do prędkości u kulki, jej promienia r oraz współczynnika lepkości η cieczy, a współczynnik proporcjonalności (w przypadku kulki) równy jest 6π :

$$F_s = 6\pi r u \eta. \quad (1)$$

Prawo Stokesa można wykorzystać do wyznaczenia współczynnika lepkości. Jeżeli kulka o promieniu r , i prędkości u natrafia na opór F_s , to z równania (1) można obliczyć wartość η .

Rozpatrzmy teraz spadanie kulki w cieczy. Spadająca kulka w cieczy podlega działaniu trzech sił: ciężkości $Q = mg$, oporu lepkości F_s i wyporu F_w . Początkowo siła ciężkości jest większa od sumy sił pozostałych i kulka spada ruchem przyspieszonym ze wzrastającą prędkością u . Ale w miarę wzrastania prędkości, zgodnie z prawem Stokesa, opór lepkości coraz bardziej rośnie i w pewnej chwili siła ciężkości staje się równa sumie $F_s + F_w$. Od tego momentu dalszy spadek kulki odbywa się ruchem jednostajnym. Napiszmy warunek równowagi sił, powodujący ruch jednostajny kulki:



$$m_k g = F_s + F_w. \quad (2)$$

Zgodnie z *prawem Archimedes*, siła wyporu równa jest ciężarowi cieczy wypartej przez zanurzone w niej ciało. Jeżeli objętość kulki wynosi V_k , a gęstość cieczy ρ_c , to siłę wyporu jest równa

$$F_w = V_k \rho_c g. \quad (3)$$

Podstawiamy do warunku równowagi sił (2) wzory (1) i (3),

$$m_k g = 6\pi r u \eta + V_k \rho_c g,$$

i po przekształceniach otrzymujemy wzór na współczynnik lepkości:

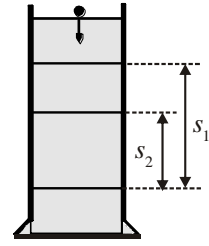
$$\eta = \frac{(m_k - V_k \rho_c) g}{6\pi r u}. \quad (4)$$

Równanie (4) jest słuszne jedynie w zastosowaniu do cieczy rozciąglitych, tzn. znajdujących się w bardzo szerokich naczyniach. Jeżeli kulka spada w rurze cylindrycznej o promieniu R , występujący wówczas wpływ powierzchni naczynia zmniejsza prędkość spadania i do wzoru (4) należy wprowadzić czynnik korekcyjny, zależny od stosunku r/R . Skorygowany wzór, służący do wyznaczenia współczynnika lepkości, ma postać następującą:

$$\eta = \frac{(m_k - V_k \rho_c) g}{6\pi r u \left(1 + 2,4 \frac{r}{R}\right)}. \quad (5)$$

Wykonanie zadania

Ćwiczenie polega na wyznaczeniu współczynnika lepkości gliceryny. W doświadczeniu wykorzystamy szklany cylinder wypełniony badaną cieczą. Do badania gliceryny użyjemy szklanych kulek.



Kolejno wyznaczamy następujące wielkości:

- Promień cylindra R określamy, mierząc jego średnicę wewnętrzną za pomocą linijki.
- Gęstość cieczy ρ_c mierzymy za pomocą odpowiedniego dla danej cieczy areometru (gęstość oleju jest mniejsza od gęstości wody ρ_w , a gęstość gliceryny – większa od ρ_w).
- Objętość kulki szklanej V_k — mierzymy zmianę poziomu wody po wrzuceniu min. 10 kulek szklanych do cylinderka miarowego (o pojemności 10 ml), wypełnionego wodą do około 2/3 wysokości.
- Masa kulki m_k — ważymy min. 10 kulek szklanych.
- Promień kulki r (obliczamy wykorzystując wzór na objętość kuli) — $r = \sqrt[3]{3V_k/4\pi}$.
- Pomiar prędkości u : Zaznaczamy na cylindrze dwie drogi o różnej długości s_1 i s_2 i mierzymy stoperem czasy spadania kulek. Kulki wpuszczamy przez lejek. Pomiar wykonujemy kilka razy dla każdej drogi. Obliczamy średni czas spadania t_1 (dla drogi s_1) i t_2 (dla drogi s_2);
 $u_i = s_i/t_i$, $i = 1, 2$.

Rachunek błędów

Błędy względne wyznaczenia współczynnika lepkości obliczamy metodą różniczki zupełnej, którą stosujemy do wzoru (5). Przyjmujemy, że wielkościami obciążonymi błędem pomiaru są: u , m_k , V_k , ρ_c , r , natomiast pomijamy błąd pomiaru promienia R cylindra ze względu na jego znikomy wpływ na końcową wartość $\Delta\eta$:

Po obliczeniu pochodnych cząstkowych i dokonaniu odpowiednich przekształceń dostajemy:

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{\Delta u}{u} + \frac{\Delta m_k + \rho_c \cdot \Delta V_k + V_k \cdot \Delta \rho_c}{m_k - \rho_c V_k} + \frac{1 + 4,8(r/R)}{1 + 2,4(r/R)} \cdot \frac{\Delta r}{r}.$$

Błędy pomiaru wielkości fizycznych, obliczamy (dla pomiaru $i = 1$ lub 2) następująco:

- $\frac{\Delta u_i}{u_i} = \frac{\Delta s_i}{s_i} + \frac{\Delta t_i}{t_i}$; Δs_i – dokładność pomiaru drogi, $\Delta t_i = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (t_i - t_{ik})^2}{n(n-1)}}$ (błąd standardowy średniego czasu spadania kulki dla n pomiarów wykonanych dla jednej z dwóch dróg),
- Δm_k równy jest : dla kulek — dokładności ważenia podzielonej przez liczbę ważonych kulek,
- ΔV_k określamy jako podwojoną dokładność pomiaru objętości cieczy w cylinderku miarowym podzieloną przez liczbę kulek,
- $\Delta \rho_c$ równe jest najmniejszej podziałce na skali areometru (1 kg/m^3).
- $\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta V_k}{3V_k}$ — metodę pochodnej logarytmicznej zastosowano do wzoru $r = \left(\frac{3V_k}{4\pi}\right)^{1/3}$.