

Nazwisko

Data

Nr na liście

Imię

Wydział

Dzień tyg.

Godzina

Ćwiczenie 409

Wyznaczanie modułu Younga przy pomocy grubościomierza

Wartość prędkości nastawiona w grubościomierzu $v' = \dots\dots\dots$ m/s

Materiał						
Kształt przekroju						
Współczynnik Poissona μ						
Wymiary poprzeczne*	a, b	[m]				
	d					
Długość próbki	l	[m]				
Masa próbki	m	[kg]				
Objętość	V	[m ³]				
Gęstość	ρ	[kg/m ³]				
Odczyt z grubościomierza	l'	[m]				
Prędkość rzeczywista	v	[m/s]				
Moduł Younga	E	[GPa]				
Moduł Younga - wartość tablicowa	E_{tab}	[GPa]				
Błąd bezwzględny względem wartości tablicowej	ΔE_{tab}	[GPa]				
Błąd bezwzględny z rachunku błędów	ΔE	[GPa]				

* patrz *Wskazówki* na końcu instrukcji

Ćwiczenie 409. Wyznaczanie modułu Younga za pomocą ultradźwięków

Definicja modułu Younga

Jeżeli na unieruchomione ciało sprężyste podziałamy siłą, to powstaną w tym ciele naprężenia, wywołujące jego odkształcenie. *Naprężenie* σ w pręcie o przekroju poprzecznym A , na który działa siła \vec{F} (prostopadła bądź styczna do A) równe jest stosunkowi siły do pola przekroju pręta:

$$\sigma = F/A \quad (1)$$

Naprężeniu stawiają opór siły międzycząsteczkowe wewnątrz materiału. Rozróżnia się zwykle trzy rodzaje naprężeń: rozciągające (wydłużają ciało), ściskające (skracają ciało) i ścinające (deformują postać ciała). W ostatnim przypadku siła działa stycznie do powierzchni przekroju.

Zmiana długości pręta spowodowana rozciąganiem lub ściskaniem jest proporcjonalna do jego długości. Jeśli, na przykład, pręt o długości l , rozciągany siłą \vec{F} , zwiększa swoją długość o Δl , rys. 1, to miarą odkształcenia ε jest względna zmiana długości:

$$\varepsilon = \Delta l/l. \quad (2)$$

Gdy po usunięciu siły \vec{F} ciało wraca do swych wymiarów, to *odkształcenie nazywamy sprężystym*. Przy małych odkształceniach, ε jest proporcjonalne do σ .

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \cdot \sigma, \quad (3)$$

gdzie E jest *modułem sprężystości* (nazywanym *modułem Younga*) materiału. Liniowa zależność pomiędzy naprężeniem a odkształceniem znana jest jako *prawo Hooke'a*. Po podstawieniu do (3) wzorów definiujących ε i σ , otrzymamy:

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{l}{A} F. \quad (4)$$

A zatem, *prawo Hooke'a* stwierdza, że podczas rozciągania lub ściskania zmiana długości jest proporcjonalna do działającej siły.

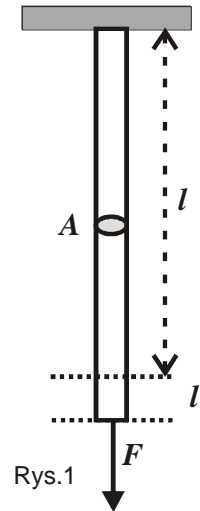
Moduł Younga wyraża się, tak jak naprężenie czy ciśnienie, w paskalach: $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$.

Wyznaczanie modułu Younga za pomocą ultradźwięków

Fale dźwiękowe są to rozchodzące się w ośrodku mechaniczne drgania cząsteczek tego ośrodka. Źródłem dźwięku są obszary ośrodka, w których z jakichś przyczyn występują drgania mechaniczne, a więc wahania naprężenia lub ciśnienia. W ciałach stałych mogą występować różne typy fal dźwiękowych. W gazach i cieczach drgania cząsteczek, związane z falą dźwiękową, odbywają się jedynie zgodnie z kierunkiem ruchu fali (jest to, zatem, fala podłużna).

Drgania cząsteczek ośrodka, ze względu na zakres odbieranych przez ucho ludzkie częstotliwości, dzielimy na: *infradźwięki* ($0 \div 16 \text{ Hz}$), *dźwięki* ($16 \text{ Hz} \div 20 \text{ kHz}$) i *ultradźwięki* (od 20 kHz). Prawa fizyczne dotyczące wymienionych rodzajów drgań są takie same, natomiast ich własności (np. oddziaływanie na materię ożywioną) są różne.

Znane są dwie metody wytwarzania ultradźwięków. Jedną z nich wykorzystuje *zjawisko magnetostrykcji*, które polega na tym, że pręty wykonane z ciał ferromagnetycznych (np. żelazo, nikiel), umieszczone w zmiennym polu magnetycznym, doznają zmian swojej długości w takt zmian pola magnetycznego. Drgania te są szczególnie silne, gdy częstotliwość drgań własnych pręta pokrywa się z częstotliwością zmian pola. Pręt wykonuje wtedy drgania rezonansowe i staje się źródłem ultradźwięków. W ten sposób można wytwarzać ultradźwięki o częstotliwości do 60 kHz . Drugą metodą wytwarzania ultradźwięków, stosowaną w próbnikach materiałów, polega na wykorzystaniu tzw. *odwrotnego zjawiska piezoelektrycznego*. Tą metodą można wytwarzać ultradźwięki o częstotliwościach do około 300 MHz .



Pewne kryształy, np. kwarc, umieszczone w polu elektrycznym, którego kierunek pokrywa się z odpowiednią osią kryształu, zmieniają swoje wymiary geometryczne w takt zmian pola elektrycznego. Rozmiary kryształu są tak dobrane, aby wykonywał on drgania rezonansowe, czyli aby częstotliwość jego drgań własnych była zgodna z częstotliwością zmian pola elektrycznego.

Grubościomierz to przyrząd, który mierzy czas przejścia ultradźwięków przez próbkę tam i, po odbiciu, z powrotem t_0 , dzieli go na połowę $t=t_0/2$, mnoży przez ustawioną wartość prędkości v' , zaprogramowaną dla wybranego materiału i wyświetla tak uzyskaną wartość grubości próbki l'

$$l' = v' \cdot t.$$

W tym ćwiczeniu chcemy obliczyć **nieznaną** prędkość dźwięku w materiale, a z niej moduł Younga, zatem wykonujemy operacje odwrotną:

- dla badanego materiału na podstawie **założonej** prędkości v' oraz grubości l' **wskazywanej przez grubościomierz**, obliczamy czas przejścia ultradźwięków przez próbkę t ,

$$t = \frac{l'}{v'}$$

- na podstawie **prawdziwej** długości próbki l , zmierzonej suwmiarką, oraz obliczonego wyżej czasu t , wyznaczamy prędkość dźwięku v

$$v = \frac{l}{t}$$

W skrócie: nieznaną rzeczywistą prędkość dźwięku w materiale obliczamy z proporcji:

$$v = v' \cdot \frac{l}{l'}$$

Prędkość v fali dźwiękowej w elemencie materiału o rozmiarach dużych w porównaniu z długością fali, dana jest wzorem:

$$v = \sqrt{\frac{E(1 - \mu)}{\rho(1 + \mu)(1 - 2\mu)}}$$

gdzie:

E - moduł Younga, ρ - gęstość badanego materiału,

μ - **współczynnik Poissona** badanego materiału.

Współczynnik Poissona jest bezwymiarową wielkością fizyczną, opisującą stosunek odkształcenia poprzecznego

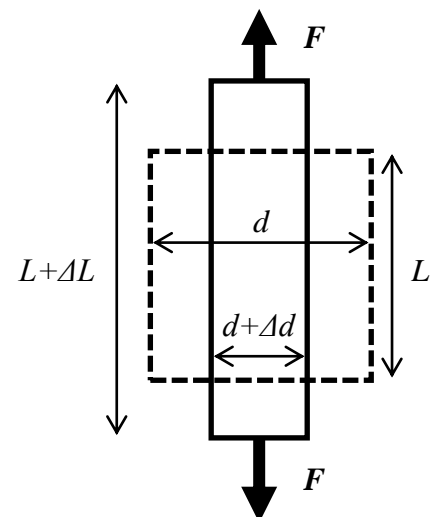
do odkształcenia podłużnego przy osiowym stanie naprężenia.

Jeżeli podłużny pręt o wymiarze średnicy d długości L zostanie rozciągnięty (lub ściśnięty) o długość ΔL (patrz rysunek) pod wpływem siły F , wówczas jego średnica zmieni się o wielkość Δd , daną wzorem:

$$\Delta d = -\mu d \frac{\Delta L}{L}$$

Ten efekt należy uwzględnić dla prętów o średnicy większej niż długość fali λ rozchodzącej się w danym elemencie. W przypadku grubościomierza używającego ultradźwięków o częstotliwości 5 MHz, długość fali λ jest rzędu 0.5 mm (zależny od materiału).

Pręty używane w tym doświadczeniu są znacznie szersze od długości fali λ .



Wykonanie pomiarów

1. Grubościomierz składa się z głównego panelu z cyfrowym wyświetlaczem i głowicy nadawczo-odbiorczej.
W zestawie ćwiczeniowym głowica jest połączona prawidłowo przewodami – nie rozłączamy wtyczek !!!
2. Panel z przyciskami wygląda jak na zdjęciu obok.
W ćwiczeniu używamy tylko przycisków [ON/OFF], [SELECT] oraz [Adjust], oraz krążka kalibracyjnego.
Prosimy nie używać pozostałych przycisków, na zdjęciu przekreślonych.
3. Włączamy grubościomierz klikając na przycisk ON/OFF.
4. Na ekranie pojawi się założona wartość prędkości v' w metrach na sekundę. Możemy ją zmieniać przyciskiem [SELECT]. Wybieramy materiał o możliwie dużej prędkości $v' > 5000$ m/s.
5. Przed pierwszym pomiarem wykonujemy kalibrację grubościomierza – p. zdjęcia




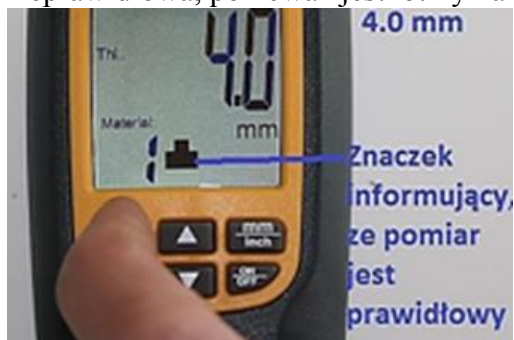
W tym celu наносим niewielką (jedną kroplę) ilość pasty sprzęgającej na krążek kalibracyjny. Jest to czynność analogiczna do wykonywanej przez lekarza podczas badania USG – pasta/ciecz zapewnia transmisję ultradźwięków z i do głowicy.

6. Przykładamy szczelnie głowicę do krążka i przytrzymujemy

7. Naciskamy i przytrzymujemy przycisk [Adjust] .
Na ekranie pojawią się cztery znaki minus, które będą stopniowo znikać : ----, ---, --, -, wraz z postępem kalibracji.
8. Jeżeli przyrząd został prawidłowo skalibrowany zobaczymy na ekranie obraz jak na zdjęciu po prawej – wskazywana grubość krążka będzie 4.0 mm, lub w przedziale 3.9-4.1mm.
9. Wykonujemy **właściwy pomiar próbki**
– na zdjęciu pomiar dla miedzianego walca.
10. Obiekt stawiamy na stole **na warstwie gąbki** dostarczonej w zestawie, aby uniknąć przenoszenia się ultradźwięków na blat stołu.
11. Koniec pręta smarujemy pastą sprzęgającą i **lekko** dociskamy głowicę.
12. Po wyświetleniu wyniku przez przyrząd – widoczny



jest znaczek , zapisujemy zmierzoną wartość długości l' . Jest to oczywiście wartość nieprawidłowa, ponieważ jest otrzymana z niewłaściwej prędkości dźwięku.



13. Mierzmy rzeczywistą długość l próbki przy pomocy suwmiarki.



15. Mierzmy rozmiary poprzeczne próbki i jej masę (na wadze o nośności 1 kg !!!!).
16. Powtarzamy pomiary (bez kalibracji miernika) dla pozostałych materiałów.

Wyniki pomiarów odczytywanych z przyrządów pomiarowych (suwmiarki, wagi i grubościomierza) zapisujemy z pełną dokładnością wyświetlaną przez przyrządy!!

Wyniki obliczeń zapisujemy z dokładnością do 4 cyfr znaczących!!

Obliczenia.

Rzeczywistą prędkość dźwięku v obliczamy na podstawie założonej prędkości dźwięku v' , zaprogramowanej w grubościomierzu, długości wskazywanej przez grubościomierz l' , oraz prawdziwej długości mierzonej suwmiarką l , ze wzoru:

$$v = v' \cdot \frac{l}{l'}$$

Gęstość badanego materiału obliczamy z jego masy M , zmierzonej wagą laboratoryjną, oraz objętości V , obliczonej z rozmiarów próbki:

$$\rho = \frac{M}{V}$$

Objętość V wyznaczamy ze wzoru:

$$V = l \cdot S$$

gdzie l – długość próbki zmierzona suwmiarką, S – pole przekroju próbki obliczone ze wzoru na pole odpowiedniej figury geometrycznej.

Moduł Younga dla badanej substancji obliczamy na podstawie gęstości materiału ρ , prędkości dźwięku w materiale v , oraz współczynnika Poissona ze wzoru:

$$E = v^2 \rho \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}{(1 - \mu)}$$

Wielkości ρ , v zostały obliczone wcześniej.

Współczynnik Poissona dla różnych materiałów podano w tabeli dołączonej do zestawu próbek.

Rachunek błędów.

Niepewność wyznaczenia modułu Younga ΔE obliczymy ze wzoru:

$$\frac{\Delta E}{E} = 2 \frac{\Delta v}{v} + \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

Niepewność zmierzonej prędkości dźwięku obliczamy ze wzoru:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta l'}{l'}$$

Przyjmujemy Δl — na podstawie dokładności suwmiarki (elektroniczna 0,02 mm, mechaniczna 0,1 mm).

Maksymalny błąd wskazań grubościomierza przyjmujemy według danych producenta jako:

$$\Delta l' / l' = 1\%.$$

Zakładając, że dokładność ważenia jest duża, niepewność gęstości obliczamy jako:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta V}{V}$$

Dokładność wyznaczenia objętości badanych ciał $\Delta V / V$ przyjmujemy równą 2 %

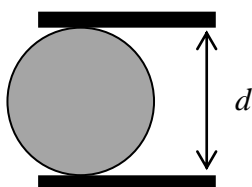
DYSKUSJA WYNIKÓW

1. Porównujemy uzyskane wyniki z danymi tablicowymi. Czy różnicę pomiędzy uzyskanymi wynikami a wynikami tablicowymi można wyjaśnić dokładnością pomiarów, czyli czy $\Delta E_{tab} < \Delta E$? ($\Delta E_{tab} = |E_{tab} - E|$)
2. Czy na różnicę uzyskanych wyników ma wpływ identyczność materiałów mierzonych w tym ćwiczeniu, a materiałów umieszczonych w tablicach (np. czystość, rodzaj obróbki mechanicznej lub cieplnej itp.).

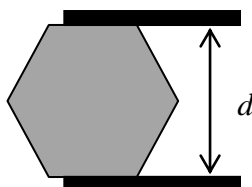
Wskazówki

Sposób pomiaru i obliczanie pola przekroju S dla prętów okrągłych, sześciokątnych, trójkątnych i prostokątnych (czarne prostokąty = szczęki suwmiarki):

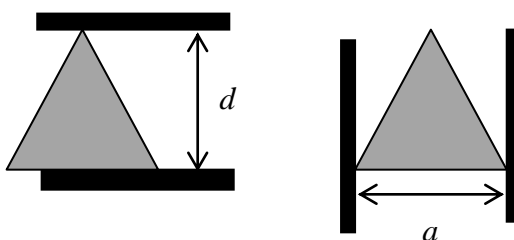
Koło: $S = \frac{1}{4}\pi d^2$



Sześciokąt: $S = \frac{\sqrt{3}}{2}d^2$



Trójkąt: $S = \frac{1}{2}da$



Prostokąt: $S = ab$

