

Nazwisko

Data

Wydział

Imię

Dzień tyg.

Godzina

Ćwiczenie nr 254

Badanie ładowania i rozładowywania kondensatora

Numer wybranego kondensatora:

Numer wybranego opornika:

Ustawiony prąd ładowania I [mA]:	
Ładowanie kondensatora	
t_1 [s]	U_1 [V]
Nachylenie prostej ładowania kondensatora $U_1 = a_1 t_1$	
a_1	$\Delta a_1/a_1$ [%]
Wyznaczona pojemność kondensatora	
C [F]	ΔC [F]

Rozładowanie kondensatora		
t_r [s]	U_r [V]	$\ln(U_r)$
Nachylenie prostej rozładowania kondensatora $\ln(U_r) = a_r t_r + \ln(U_0)$		
a_r	$\Delta a_r/a_r$ [%]	
Wyznaczona wartość opornika		
R [Ω]	ΔR [Ω]	

Stała czasowa układu RC [s]:

I.1 Wprowadzenie

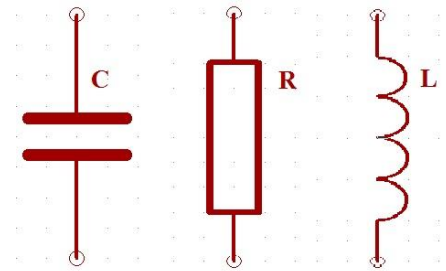
Kondensatory wraz z rezystorami (opornikami) i cewkami indukcyjnymi stanowią podstawą prawie wszystkich układów elektronicznych. Używane są między innymi do wytwarzania sygnałów, filtrowania, blokowania i zwierania składowych zmiennych prądu elektrycznego, a także w układach różniczkujących, czy całkujących, mogą być również używane do gromadzenia ładunku.

Najprostszy kondensator zbudowany jest z dwóch płytek metalowych, rozdzielonych warstwą izolatora. Płytki te nazywamy okładkami kondensatora. Podstawową wielkością charakteryzującą kondensator jest pojemność kondensatora - C - czyli zdolność do gromadzenia ładunku. Aby zwiększyć pojemność kondensatora, wzór (1), można:

i) zwiększyć powierzchnię okładek - S , ii) zmniejszyć odstęp między nimi - d , iii) zmienić materiał z jakiego wykonany jest izolator, tak by charakteryzował się większą względną przenikalnością elektryczną - ϵ_r . Wzór opisujący pojemność kondensatora płaskiego ma postać:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d} \quad (1)$$

gdzie $\epsilon_0 = 8.854 \dots * 10^{-12} \frac{F}{m}$ - to przenikalność elektryczna próżni.



Rys. 1) Oznaczenia elementów pasywnych: C - kondensator, R - opornik, L - cewka

I.2 Ładowanie kondensatora

Kondensator, który ma pojemność C faradów i napięcie U woltów między dwoma swoimi okładkami zawiera Q kulombów zmagazynowanego ładunku na jednej okładce i $-Q$ na drugiej swojej okładce. Możemy więc zapisać:

$$Q = CU \quad (2)$$

Gdy zmieniamy ładunek okładek o ΔQ , spowodujemy wówczas zmianę napięcia między okładkami o ΔU :

$$\Delta Q = C \Delta U \quad (3)$$

Pamiętając, że prąd definiujemy jako ładunek ΔQ przepływający w danym czasie Δt przez przewodnik:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (4)$$

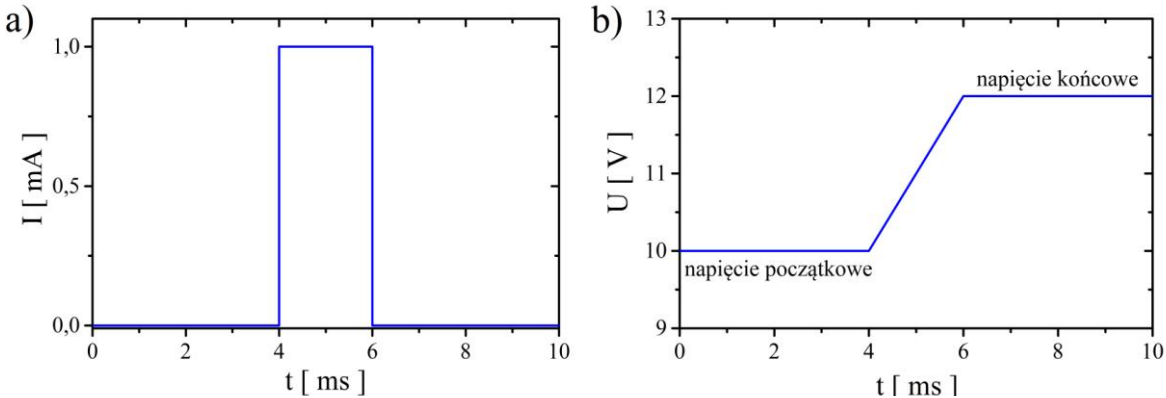
możemy równanie (3) zapisać w postaci:

$$I = C \frac{\Delta U}{\Delta t} \quad (5)$$

Równanie (5) mówi nam, że prąd płynący przez kondensator jest wprost proporcjonalny do szybkości zmian napięcia $\frac{\Delta U}{\Delta t}$, a nie do napięcia jak to ma miejsce dla rezystorów (prawo Ohma). Jeśli na kondensatorze o pojemności $1 F$ (farad) napięcie zmienia się z prędkością $1 \frac{V}{s}$ to przepływa przez niego prąd o natężeniu $1 A$ (amper).

Farad jest bardzo dużą jednostką pojemności, w której podaje się zazwyczaj pojemności superkondensatorów, dlatego zwykle mówimy o mF , μF , nF, a nawet pF ($m = 10^{-3}$, $\mu = 10^{-6}$, $n = 10^{-9}$, $p = 10^{-12}$).

Jeżeli ładujemy kondensator o pojemności $1 \mu F$ prądem o natężeniu $1 mA$, to napięcie na nim rośnie z prędkością $1000 V/s$. Dlatego impuls prądu o tym natężeniu, trwający $2 ms$, powoduje wzrost napięcia na kondensatorze o $2 V$ (rys. 2 a i b).



Rys. 2) a) Impuls prądu, o czasie trwania $2 ms$, przyłożony do okładek kondensatora o pojemności $1 \mu F$, powodujący b) wzrost napięcia na okładkach kondensatora o $2 V$.

Przekształcając równanie (5) (przy równoczesnym oznaczaniu napięcia i czasu literą "I" - ładowanie, i zakładając, że dla czasu $t_1 = 0 s$, napięcie na kondensatorze wynosi $U_0 = 0 V$) otrzymujemy wzór opisujący zmianę napięcia na kondensatorze w trakcie jego ładowania stałym prądem:

$$U_1 = \frac{I}{C} t_1 \quad (6)$$

Równanie to ma postać równania prostej $y = ax$, gdzie:

$$y = U_1 \quad x = t_1 \quad a = I/C \quad (7)$$

I.3 Rozładowanie kondensatora - układ RC

Układ RC to połączenie opornika R z kondensatorem C (rys. 3). Jeżeli weźmiemy naładowany kondensator którego obie okładki są podłączone do opornika, to przez opornik popłynie prąd, który można obliczyć z prawa Ohma:

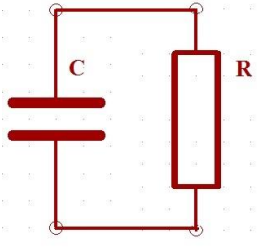
$$I = \frac{U}{R} \quad (8)$$

Z kolei prąd płynący z kondensatora opisuje równanie:

$$I = -C \frac{dU}{dt} \quad (9)$$

Minus w równaniu (9) wyraża fakt, że jest to prąd rozładowywania kondensatora. Łącząc równania (8) i (9) otrzymujemy równanie różniczkowe:

$$C \frac{dU}{dt} = -\frac{U}{R} \quad (10)$$



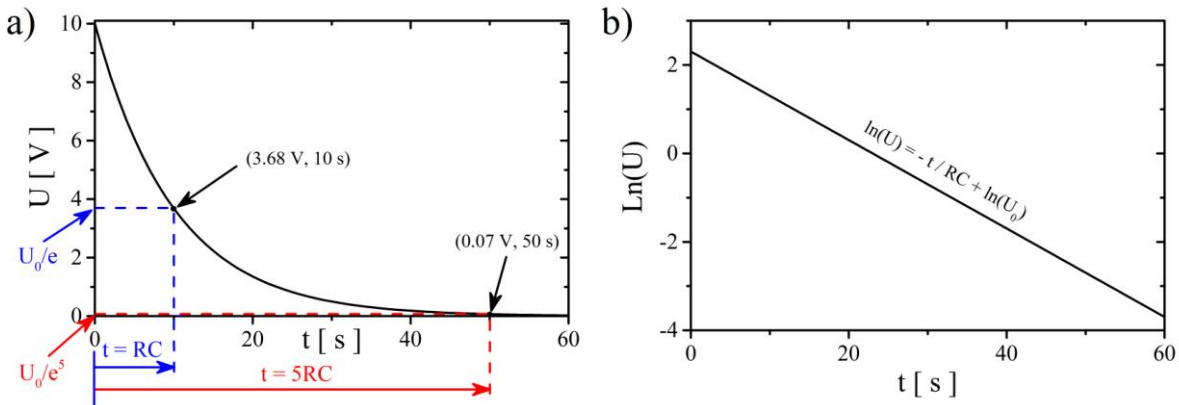
Rys. 3) Układ RC

którego rozwiązanie ma postać (tutaj również wprowadzamy oznaczenie czasu i napięcia literą "r" - rozładowywanie):

$$U_r = U_0 e^{-\frac{t_r}{RC}} \quad (11)$$

Równanie to wyraża jak zmienia się napięcie na kondensatorze w czasie jego rozładowywania opornikiem R (rys. 4).

We wzorze (11) U_0 oznacza napięcie początkowe na kondensatorze w chwili czasu $t_r = 0$. Z kolei e to podstawa logarytmu naturalnego ($e \cong 2,718$). Natomiast iloczyn oporności R i pojemności C jest nazywany stałą czasową układu. Dla R w omach i C w faradach jednostką iloczynu RC jest sekunda. Przykładowo kondensator o pojemności 1 mF i rezystor o oporze $10\text{ k}\Omega$ dają stałą czasową 10 s .



Rys. 4) a) Krzywa rozładowania (czarna linia) kondensatora o pojemności 1 mF naładowanego do 10 V (w chwili $t = 0\text{ s}$) i rozładowywanego opornikiem $10\text{ k}\Omega$. Zaznaczono punkty odpowiadające jednokrotnej i pięciokrotnej stałej czasowej. b) Ta sama krzywa rozładowania dla zależności $\ln(U)$ od czasu. Proszę zauważyć, że dla pięciokrotnej stałej czasowej kondensator jest już prawie rozładowany - napięcie na kondensatorze jest już bardzo małe - 0.07 V , czyli jest poniżej 1% napięcia wyjściowego.

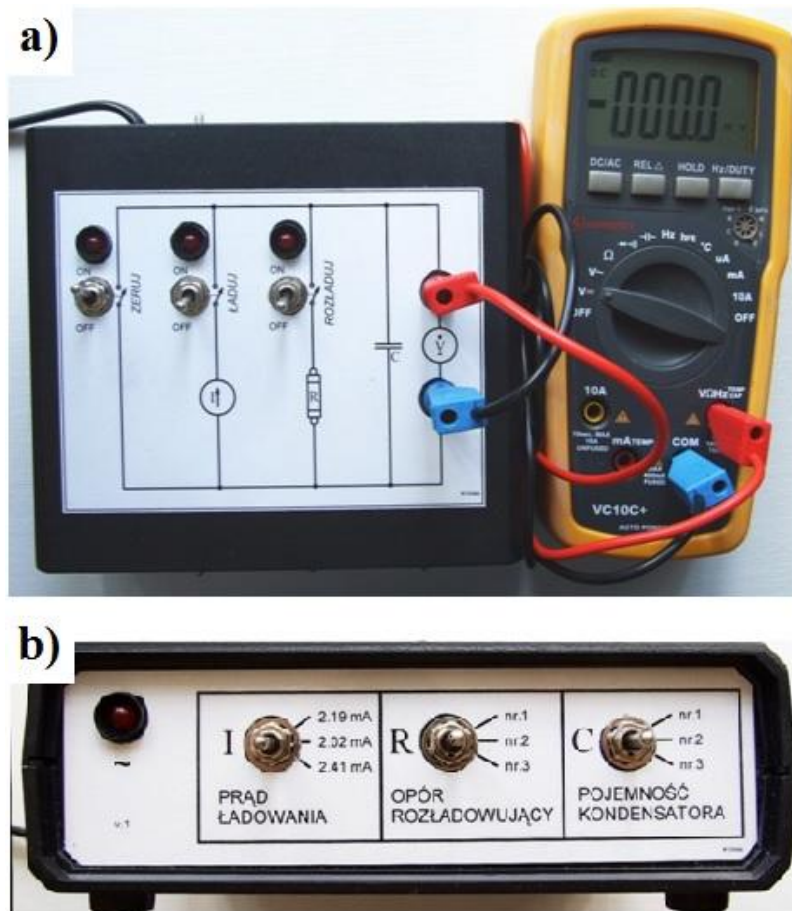
Logarytmując obustronnie równanie (11) dostajemy:

$$\ln(U_r) = -\frac{1}{RC} t_r + \ln(U_0) \quad (12)$$

Ma ono postać równania prostej: $y = ax + b$, gdzie:

$$y = \ln(U_r) \quad x = t_r \quad a = -\frac{1}{RC} \quad b = \ln(U_0) \quad (13)$$

II Wykonanie pomiarów



Rys.5) a) Widok złożonego układu gotowego do eksperymentu, na zdjęciu widoczny panel górny. b) Widoczny panel przedni układu pomiarowego.

- 1) Podłączamy multimetr tak jak na zdjęciu rys. 5a), ustawiając go do pomiaru napięcia stałego (oznaczenie na multimetrze VDC)
- 2) Ustawiamy przełączniki na panelu przednim zgodnie z zaleceniem prowadzącego wybierając: I - prąd ładowania kondensatora, R - rezystor przez jaki rozładowywany będzie kondensator i C - pojemność kondensatora. Notujemy wybory w tabeli wyników.
- 3) Przełączniki na panelu górnym ustawiamy w położeniu: **zeruj** - "on", **ładuj** - "off" i **rozładuj** - "off".
- 4) Podłączamy układ pomiarowy do napięcia sieciowego (220V) i przełączamy przełącznik, znajdujący się na tylnym panelu, w pozycje "~".
- 5) Odczekujemy 5 minut i zmieniamy ustawienie **zeruj** na "off". Sprawdzamy wskazanie woltomierza, jeżeli woltomierz wskazuje poniżej 0.01 V przechodzimy do kolejnego punktu. Jeżeli odczyt jest większy ponownie przestawimy **zeruj** na "on" i odczekujemy 5 minut. Procedurę powtarzamy do uzyskania napięcia na kondensatorze poniżej 0.01V (tzn. że kondensator został całkowicie rozładowany).
- 6) Przełączniki na panelu górnym ustawiamy: **zeruj** - "off", **ładuj** - "off" i **rozładuj** - "off".

Rozpoczynamy procedurę ładowania kondensatora - przestawiając przełącznik **ładuj na "on". Druga osoba z pary wykonującej ćwiczenie włącza stoper w momencie przełączenia przełącznika **ładuj**.**

- 7) Odczytujemy wskazania woltomierza co 30 s i zapisujemy czas - t_1 oraz napięcie - U_1 w tabeli aż do wyczerpania przeznaczonego do tego celu miejsca.
- 8) Po wypełnieniu tabeli kontynuujemy ładowanie kondensatora aż do osiągnięcia napięcia o wartości co najmniej 3,5 V. Zerujemy stoper.
- 9) Ustawiamy przełączniki na panelu górnym: **zeruj - "off"**, **ładuj - "off"** i **rozładuj - "off"**.

Rozpoczynamy procedurę rozładowania kondensatora - przestawiając przełącznik **rozładuj na "on". W momencie kiedy przestawimy przełącznik **rozładuj na "on"** druga osoba z pary wykonującej ćwiczenie włącza stoper.**

- 10) Odczytujemy wskazania woltomierza co 30 s i zapisujemy czas - t_r oraz napięcie - U_r w tabeli aż do wyczerpania przeznaczonego do tego celu miejsca.
- 11) Po wypełnieniu tabeli zatrzymujemy stoper i ustawiamy przełączniki na panelu górnym: **zeruj - "on"**, **ładuj - "off"** i **rozładuj - "off"** - w tym stanie pozostawiamy przełączniki, po skończonym ćwiczeniu.
- 12) Przełącznik znajdujący się na panelu tylnym ustawiamy w pozycje **"OFF"** i odłączamy układ pomiarowy od prądu.

III. Przebieg obliczeń i analiza błędów

Przy ładowaniu i rozładowaniu kondensatora błąd bezwzględny pomiaru czasu należy przyjąć jako: $\Delta t = 2 \text{ s}$.

Przy ładowaniu i rozładowaniu kondensatora błąd względny pomiaru napięcia należy przyjąć:

$$\frac{\Delta U}{U} = 2,5 \%$$

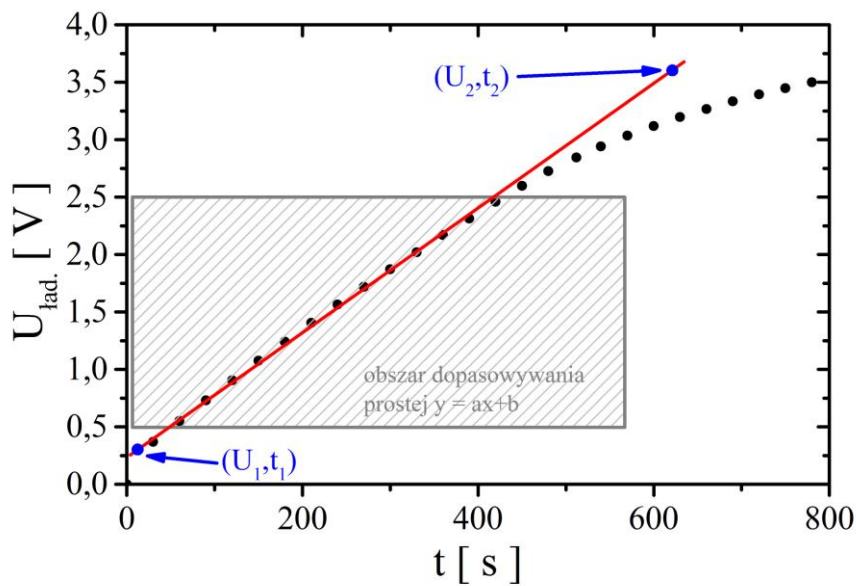
--- Ładowanie ---

1. Sporządzamy wykres zależności napięcia ładowanego kondensatora U_1 od czasu t_1 . Na wykresie nanosimy wszystkie punkty pomiarowe zapisane w tabeli ładowania kondensatora.
2. Do punktów pomiarów z zakresu napięcia 0,5 V - 2,5 V dopasowujemy prostą (zgodnie z instrukcją rys. 6) i wyznaczamy nachylenie tej prostej - $a_1 = \frac{U_2 - U_1}{t_2 - t_1}$, oraz obliczamy błąd względny zgodnie z wzorem: $\frac{\Delta a_1}{a_1} = \left| 2 \frac{\Delta U}{U} \right|$
3. Obliczamy pojemność kondensatora w oparciu o równania (6) i (7): $C = \frac{I}{a_1}$ oraz błąd bezwzględny ze wzoru: $\Delta C = \left| \frac{I \Delta a_1}{a_1^2} \right| = \left| \frac{\Delta a_1}{a_1} C \right|$.

--- Rozładowanie ---

4. Następnie sporządzamy wykres zależności logarytmu napięcia rozładowywania $\ln(U_r)$ kondensatora od czasu t_r . Na wykresie nanosimy wszystkie punkty pomiarowe zapisane w tabeli rozładowania kondensatora.

5. Opuszczamy pierwsze trzy punkty pomiarowe, a do pozostałych dopasowujemy prostą (zgodnie z instrukcją rys. 6) i wyznaczamy nachylenie tej prostej $a_r = \frac{\ln(U_2) - \ln(U_1)}{t_2 - t_1}$, oraz obliczamy błąd względny zgodnie z wzorem: $\frac{\Delta a_r}{a_r} = \left| 2 \frac{\Delta U}{U} \right|$
6. Obliczamy wartość opornika w oparciu o równania (12) i (13): $R = -\frac{1}{c a_r}$ oraz błąd bezwzględny ze wzoru: $\Delta R = \left| \frac{\Delta a_r}{c a_r^2} \right| = \left| \frac{\Delta a_r}{a_r} R \right|$.
7. Obliczamy stałą czasową mierzonego układu RC zgodnie ze wzorem $\tau = RC$.



Rys. 6) Schemat wyznaczania współczynnika nachylenia prostej:

- nanosimy na wykres punkty pomiarowe (czarne kropki),
- do wybranego obszaru napięcia (szary obszar zakreskowany), gdzie punkty pomiarowe układają się wzdłuż prostej dopasowujemy prostą $y = ax + b$ (linia czerwona),
- na dopasowanej prostej wyznaczamy punkty leżące na prostej, nie będące punktami pomiarowymi (niebieskie punkty).