

Nazwisko .....

Data .....

Nr na liście .....

Imię .....

Wydział .....

Dzień tyg. ....

Godzina .....

### Ćwiczenie 243

#### 4.2. Badanie zależności temperaturowej oporu elektrycznego metalu i półprzewodnika

---

Tabela I. Metal

Nazwa próbki: Cu.....

$t$	[°C]				
$R$	[Ω]				
Współczynnik temperaturowy oporu $\alpha$ [1/°C]					

Tabela II. Półprzewodnik

Nazwa próbki: Th.....

$t$	[°C]					Energia aktywacji	
$T$	[K]					$E$	
$1/T$	[K <sup>-1</sup> ]					[J]	[eV]
$R$	[Ω]						
$\ln R$							

## Ćwiczenie 243. Badanie zależności temperaturowej oporu elektrycznego metalu i półprzewodnika

---

### **Przewodnictwo metali i półprzewodników**

Wielkością charakteryzującą zdolność substancji do przewodzenia prądu jest jej *opór właściwy*  $\rho$ , równy oporowi elektrycznemu ciała przewodzącego o długości 1 m i stałym polu przekroju równym 1 m<sup>2</sup>. Jednostką  $\rho$  jest 1  $\Omega \cdot \text{m}$ . Ze względu na wielkość oporu właściwego wszystkie substancje dzielą się na:

- przewodniki  $\rho < 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ ,
- półprzewodniki  $10^{-6} \Omega \cdot \text{m} < \rho < 10^8 \Omega \cdot \text{m}$ ,
- izolatory  $10^8 \Omega \cdot \text{m} < \rho$ .

Czasami wygodniej jest posługiwać się odwrotnością oporu właściwego, którą nazywamy *przewodnictwem elektrycznym właściwym*  $\sigma$ .

$$\sigma = 1/\rho. \quad (1)$$

W oparciu o prosty mikroskopowy model przepływu prądu w przewodniku można wyprowadzić następujący wzór na przewodnictwo właściwe:

$$\sigma = q \cdot n \cdot \mu, \quad (2)$$

gdzie  $q$  oznacza *ładunek* nośnika prądu,  $n$  — *koncentrację*, a  $\mu$  — *ruchliwość* nośników.

Koncentracja określa liczbę nośników w jednostce objętości natomiast ruchliwość jest to prędkość, jaką uzyskuje nośnik ładunku pod działaniem jednostkowego pola elektrycznego. Równanie (2) pokazuje, że o przewodnictwie właściwym danej substancji decyduje koncentracja nośników prądu i ich ruchliwość. Zgodnie z zależnością tych dwóch wielkości od czynników zewnętrznych, zmienia się zdolność danego materiału do przewodzenia prądu.

W celu zrozumienia bardzo dużych różnic w wartościach oporu właściwego różnych ciał konieczna jest znajomość mikroskopowej budowy substancji przewodzącej prąd elektryczny.

### **Przewodniki**

Przewodnikami są ciała, w których istnieją tzw. ładunki swobodne mogące poruszać się wewnątrz tych ciał. Typowymi przedstawicielami przewodników są *metale* - pierwiastki, których atomy posiadają jeden lub dwa elektrony na zewnętrznych powłokach elektronowych zwanych powłokami *walencyjnymi*. Elektrony walencyjne uwalniają się od swoich atomów przy łączeniu się takich atomów w większe zespoły, i nie zajmują określonych miejsc w sieci krystalicznej, lecz mogą poruszać się swobodnie między zjonizowanymi atomami metalu. W związku z tym, nazywamy je *elektronami swobodnymi* lub *elektronami przewodnictwa*.

Przewodnictwo metali opisuje wzór (2), w którym  $q$  zastępujemy ładunkiem elektronu  $e$ :

$$\sigma = en\mu.$$

Koncentracja  $n$  elektronów swobodnych w metalu jest duża i nie zależy od warunków zewnętrznych, w tym od temperatury. Natomiast ruchliwość nośników maleje ze wzrostem temperatury, ponieważ są one wydajniej rozpraszane w wyniku wzrostu amplitudy drgań atomów w sieci krystalicznej. Obserwujemy więc zmniejszanie się przewodnictwa metalu (czyli wzrost jego oporu) wraz ze wzrostem temperatury.

### **Półprzewodniki**

Typowymi przedstawicielami półprzewodników są german (Ge) i krzem (Si). Pierwiastki te należą do IV grupy układu okresowego, mają po cztery elektrony walencyjne i każdy z tych elektronów tworzy wiązanie z jednym z czterech najbliższych sąsiednich atomów. W niskich temperaturach elektrony walencyjne w półprzewodnikach nie są elektronami swobodnymi i nie mogą przemieszczać się w kryształ — półprzewodnik jest izolatorem. Oderwanie elektronu

walencyjnego od atomu jest możliwe, ale wymaga dostarczenia odpowiedniej ilości energii, nie mniejszej od pewnej minimalnej wartości zwanej *energiją aktywacji*. Uwolniony elektron może brać udział w przewodzeniu prądu. Jednym ze sposobów dostarczenia energii elektronom jest zwiększenie energii termicznej poprzez podwyższenie temperatury kryształu. Wartość energii aktywacji  $E$  wyrażana jest w *elektronowoltach*:  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ; (1 eV to energia, jaką uzyskuje ładunek 1 elektronu w polu elektrycznym o różnicy potencjałów 1 V).

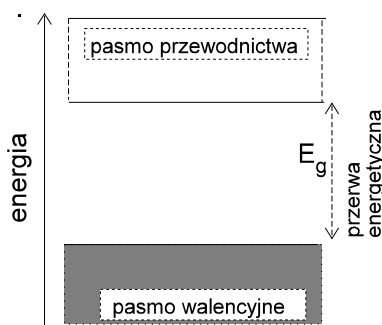
W przewodzeniu prądu w półprzewodniku uczestniczą nie tylko elektrony swobodne. W wyniku oderwania się elektronu od atomu powstaje wolne miejsce, tzw. *dziura*, która łatwo może być zapełniona przez elektron z sąsiedniego wiązania. W efekcie dziury przemieszczają się w stronę przeciwną do ruchu elektronów, zachowują się więc jak swobodne ładunki dodatnie. Jeśli mamy do czynienia z półprzewodnikiem czystym i bez defektów wewnętrznych, to koncentracja dziur i elektronów swobodnych jest taka sama i przewodnictwo, w tym przypadku, nazywane jest *przewodnictwem samoistnym*. Koncentracja nośników samoistnych w półprzewodniku jest niewielka i ulega istotnej zmianie ze zmianą warunków zewnętrznych, takich jak temperatura czy oświetlenie.

Liczbę dziur lub elektronów w półprzewodnikach możemy bardzo łatwo zwiększyć nie tylko przez zmianę warunków zewnętrznych, ale także przez odpowiednie domieszkowanie kryształu. Jeśli wprowadzimy do czterowartościowego półprzewodnika niewielką ilość pierwiastka pięciowartościowego (jak fosfor, antymon), zwiększamy liczbę elektronów swobodnych. Taki półprzewodnik jest *półprzewodnikiem typu n*, a zjonizowane atomy domieszkowe dostarczające jeden elektron nazywane są *donorami*. Obecność atomów trójwartościowych (jak bor, aluminium) w germanie lub krzemie powoduje zwiększenie liczby dziur, ponieważ atomy takie mają trzy elektrony walencyjne, które utworzą wiązania tylko z trzema elektronami atomu germanu lub krzemu. Czwarte wiązanie pozostanie niepełne — tworzy dziurę, która może być łatwo zapełniona przez elektron z sąsiedniego atomu Ge lub Si. Taki półprzewodnik jest *półprzewodnikiem typu p*, a atomy domieszkowe zwiększające liczbę dziur nazywamy *akceptorami*.

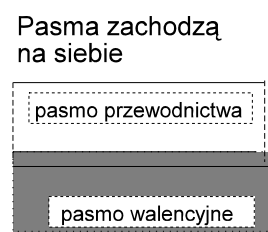


### Wiadomości uzupełniające: Pasmowy model przewodnictwa

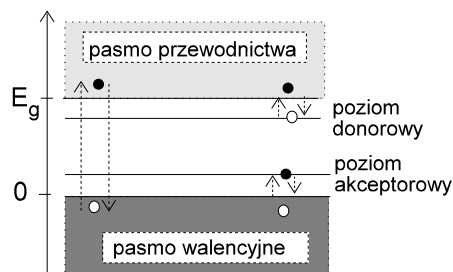
W ciele stałym, poziomy energetyczne elektronów ulegają rozszczepieniu, tworząc pasma energii dozwolonych rozdzielone pasmami zabronionymi. Elektrony mogą posiadać wyłącznie energie leżące w zakresie pasm dozwolonych. Poziomy walencyjne tworzą *pasmo walencyjne* lub inaczej *pasmo podstawowe*, a powyżej tego pasma utworzone zostaje *pasmo przewodnictwa*. Pasma te rozdzielone są pasmem wzbronionym, nazywanym *przerwą energetyczną*  $E_g$ . Przewodnictwo prądu elektrycznego związane jest z obecnością elektronów w paśmie przewodnictwa. Jeżeli w danym materiale pasmo to jest puste, a pasmo walencyjne pełne, to taki materiał jest izolatorem (Rys. 1a). Dobre przewodniki, jakimi są metale, charakteryzują się tym, że pasma walencyjne i przewodnictwa stykają się ze sobą, lub nawet zachodzą na siebie (Rys. 1b).



Rys. 1a. Model pasmowy izolatora.



Rys. 1b. Model pasmowy metalu.



Rys. 2. Model pasmowy półprzewodnika

Jeżeli odległość między pasmem podstawowym a pasmem przewodnictwa nie jest zbyt duża, to przy podwyższaniu temperatury część elektronów będzie mogła przejść z pasma podstawowego do pasma przewodnictwa, gdzie może poruszać się swobodnie. Dlatego kryształy o stosunkowo wąskim paśmie zabronionym już w temperaturze pokojowej wykazują zjawisko przewodzenia prądu elektrycznego. Materiały takie, o właściwościach pośrednich między właściwościami metali i izolatorów, nazwano *półprzewodnikami*. Energia potrzebna elektronowi do przeskoku z pasma podstawowego do pasma przewodnictwa nazywa się *energiją aktywacji* przewodnictwa samoistnego. Domieszkowanie

półprzewodnika związane jest z wprowadzeniem w zakresie przerwy energetycznej poziomów donorowych (blisko pasma przewodnictwa) lub akceptorowych (blisko pasma walencyjnego), co znacznie zmniejsza energię niezbędną do generacji elektronów swobodnych bądź dziur.

Przerwa energetyczna wynosi dla germanu 0,68 eV, a dla krzemu 1,10 eV. Zgodnie z tymi wartościami, w temperaturze pokojowej tylko w przypadku germanu występuje przewodnictwo samoistne, natomiast krzem ma jedynie przewodnictwo domieszkowe w tej temperaturze.



Przewodnictwo właściwe półprzewodnika, w którym koncentracja elektronów swobodnych i dziur wynosi odpowiednio  $\rho_e$  i  $\rho_p$  przedstawione jest wzorem

$$\sigma = e\rho_e\mu_e + e\rho_p\mu_p,$$

$\mu_e, \mu_p$  są to ruchliwości elektronów i dziur. Ze wzrostem temperatury następuje wzrost przewodnictwa właściwego, ponieważ silnie wzrasta koncentracja nośników w półprzewodniku. Występujące niewielkie zmniejszenie ruchliwości  $\mu$  nośników swobodnych ma znaczenie drugorzędne. W efekcie, opór półprzewodnika wyraźnie maleje ze wzrostem temperatury.

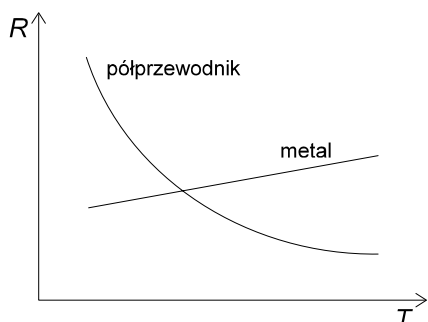
### Zależność oporu elektrycznego metalu i półprzewodnika od temperatury

#### Metal

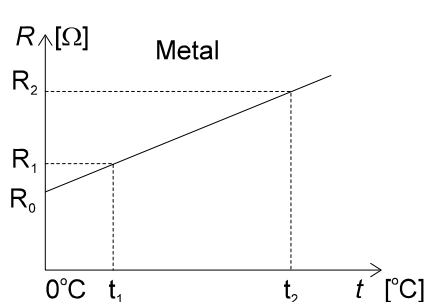
W niezbyt dużym zakresie temperatur (do 100°C) opór metali wzrasta liniowo ze wzrostem temperatury (Rys. 3). Można to wyrazić wzorem

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad (3)$$

gdzie:  $R_0$  — opór danego przewodnika w temperaturze 0°C;  $R$  — opór w temperaturze  $t$ , [°C];  $\alpha$  — temperaturowy współczynnik oporu.



Rys.3 Zależność oporu elektrycznego od temperatury



Rys.4. Wyznaczanie współczynnika  $\alpha$ .

Aby wyznaczyć średnią wartość  $\alpha$  w danym przedziale temperatur, wykonujemy wykres zależności oporu od temperatury. Dopasowujemy **linię prostą** do otrzymanych wyników doświadczalnych, jak na Rys. 4. **Z wykresu linii prostej**, odcytujemy dwie wartości oporu,  $R_1$  i  $R_2$ , dla dwóch różnych temperatur  $t_1$  i  $t_2$ . Możemy dzięki temu obliczyć  $\alpha$  na podstawie równania (3), bez znajomości  $R_0$ . Z równań dla dwóch oporów:

$$R_1 = R_0(1 + \alpha t_1), \quad R_2 = R_0(1 + \alpha t_2),$$

obliczamy

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 t_2 - R_2 t_1}. \quad (4)$$

Dwie wartości oporu w równaniu (4) są odczytane z wykresu dla dwóch różnych temperatur.

#### Półprzewodnik

Półprzewodnikowe oporniki – *termistory* – odznaczają się tym, że ich przewodnictwo bardzo silnie zależy od temperatury, ponieważ liczba nośników prądu rośnie wykładniczo ze wzrostem temperatury. Zgodnie z równaniem (1) wzrost przewodnictwa oznacza zmniejszenie oporu właściwego.

Zależność oporu półprzewodnika od temperatury (Rys. 3) można przedstawić następująco:

$$R = A \exp\left(\frac{E}{2kT}\right), \quad (5)$$

gdzie  $A$  jest to wielkość stała (z dobrym przybliżeniem),  $E$  – energia aktywacji,  $T$  – temperatura w kelwinach,  $k$  – stała Boltzmanna. W półprzewodniku samoistnym energia aktywacji  $E$  równa jest szerokości przerwy wzbronionej. W półprzewodnikach domieszkowych  $E$  określa bezwzględną wartość odległości energetycznej poziomu donorowego od pasma przewodnictwa lub poziomu akceptorowego od pasma walencyjnego. Logarytmując równanie (10), otrzymujemy:

$$\ln R = \ln A + \frac{E}{2k} \cdot \frac{1}{T}. \quad (6)$$

Wykres zależności  $\ln R$  od  $T^{-1}$  powinien przedstawiać linię prostą nachyloną pod kątem  $\alpha$  określonym przez współczynnik  $E/2k$ , z którego można wyznaczyć energię aktywacji.

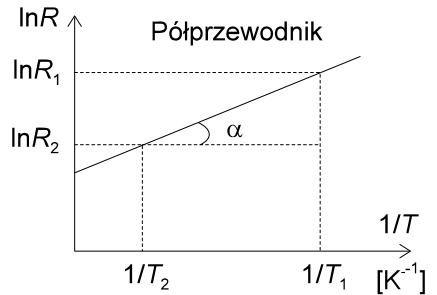
W celu obliczenia  $E$ , dopasowujemy **linię prostą** do wyników doświadczalnych otrzymanych dla półprzewodnika, jak na Rys. 5. Dla dwóch różnych wartości  $1/T_1$  i  $1/T_2$  odczytujemy z wykresu **linii prostej** odpowiednio wartości  $\ln R_1$  i  $\ln R_2$  i na podstawie wzoru (6) obliczamy nachylenie prostej

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\ln R_1 - \ln R_2}{T_1^{-1} - T_2^{-1}} = \frac{E}{2k}.$$

Energia aktywacji badanego półprzewodnika wynosi więc

$$E = \frac{2k(\ln R_1 - \ln R_2)}{T_1^{-1} - T_2^{-1}}. \quad (7)$$

gdzie  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} = 8,613 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$ .



Rys. 5. Wyznaczanie energii aktywacji

## Wykonanie ćwiczenia

### Układ pomiarowy



- W – wąż pomiarowy
- P – pokrętło regulacji temp.
- T – otwór dla termometru
- K – wyłączanie (0),  
włączanie (1)
- O – omomierz

Badamy zależność temperaturową oporu dla drutu metalowego i półprzewodnika. Podczas pomiarów umieszczamy badane opory we wążce (W) w termostacie. Temperaturę w termostacie zmieniamy pokrętłem (P) na powierzchni termostatu, które umożliwia ustawienie w czterech pozycjach: (1)- termostat wyłączony (temperatura pokojowa), (2,3,4) kolejne coraz wyższe temperatury. Dokładną

temperaturę badanych przewodników odczytujemy na termometrze pomiarowym włożonym do otworka (T) w termostacie. Opór badanego przewodnika mierzymy za pomocą omomierza (O).

### Czynności pomiarowe

#### *Metal*

1. Zapisujemy w tabeli nazwę badanej próbki metalu. Podłączamy omomierz do próbki. Wkładamy próbkę do wnęki (W) termostatu oraz termometr do sąsiedniego otworka (T).
2. Ustawiamy pokrętkę (P) regulacji temperatury termostatu w pozycji 1. Włączamy termostat przyciskiem (K) z przodu obudowy w pozycji 1. Odczytujemy i zapisujemy w tabeli wartości temperatury i oporu.
3. Pokrętkę regulacji temperatury ustawiamy w pozycji 2. Czekamy 10 minut do ustabilizowania się temperatury próbki. Odczytujemy i zapisujemy w tabeli wartości temperatury i oporu.
4. Czynności w punkcie 3 powtarzamy dla wyższych temperatur, z pokrętką ustawionym w poz. 3 a następnie 4.
5. Wyjmujemy z termostatu próbkę metalu, pokrętkę pozostawiamy w poz. 4.

#### *Półprzewodnik*

6. Zapisujemy w tabeli nazwę badanej próbki półprzewodnika. Podłączamy omomierz do próbki. Wkładamy próbkę do wnęki termostatu oraz termometr do sąsiedniego otworka.
7. Pokrętkę regulacji temperatury powinno być w pozycji 4. Czekamy 15 minut do ustabilizowania się temperatury. Odczytujemy i zapisujemy w tabeli wartości temperatury i oporu.
8. Czynności w punkcie 7 powtarzamy dla niższych temperatur, z pokrętką ustawionym w poz. 3 a następnie 2 i 1. Za każdym razem czekamy 10 minut do ustabilizowania się temperatury próbki.

Po zakończeniu pomiarów wyłączamy termostat przyciskiem (K) z przodu obudowy w pozycji 0.

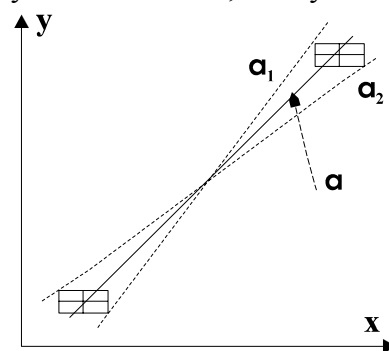
### Opracowanie wyników pomiarów i rachunek błędów

Na podstawie danych pomiarowych wykonujemy wykresy na papierze milimetrowym.

*Metal*: wykres zgodne z opisem Rys. 4. Obliczamy współczynnik  $\alpha$  wg. wzoru (4). W celu zaznaczenia prostokątów błędów na wykresach przyjmujemy:  $\Delta t$  lub  $\Delta T$  — błąd odczytu temperatury ( $^{\circ}\text{C}$  lub  $[\text{K}]$ ) równy  $0.5^{\circ}\text{C}$ ;  $\Delta R$  — błąd pomiaru cyfrowym omomierzem, równy 2% wartości mierzonej. Błąd  $\Delta\alpha$  wynika z niedokładności wyznaczenia nachylenia prostej na wykresie. Rysunek 7 przedstawia sposób oszacowania zmiany nachylenia prostej wynikającej z błędów pomiarowych. Stosując tą metodę otrzymujemy następujący wzór dla oszacowania błędu:

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} \approx \left( \frac{\Delta R}{R_{\max}} \right) \frac{2R_{\max}}{R_{\max} - R_{\min}},$$

gdzie 'min' i 'max' oznaczają odpowiednio minimalne i maksymalne wartości **zmierzone**,  $(\Delta R/R_{\max})=0,02$  dla miernika cyfrowego.



Rys.7. Błąd nachylenia linii

*Półprzewodnik*: wykres zgodnie z opisem Rys. 5. Wartości błędów obliczamy następująco:

$\Delta(\ln R)=\Delta R/R$  oraz  $\Delta(1/T)=\Delta T/T^2$ . Obliczamy energię aktywacji  $E$  wg. wzoru (7). Metoda oszacowania niedokładności nachylenia prostej pozwala uzyskać następujący wzór na względny błąd  $E$ :

$$\frac{\Delta E}{E} \approx \left( \frac{\Delta R}{R_{\max}} \right) \frac{2}{\ln(R_{\max}) - \ln(R_{\min})} + \frac{2\Delta T}{T_{\max} - T_{\min}}$$

Na podstawie równań  $\Delta\alpha = (\Delta\alpha/\alpha) \cdot \alpha$  i  $\Delta E = (\Delta E/E) \cdot E$  obliczamy także błędy bezwzględne  $\Delta\alpha$  i  $\Delta E$ .