

Nazwisko

Data

Nr na liście

Imię

Wydział

Dzień tyg.

Godzina

Ćwiczenie 228

Wyznaczanie stosunku $\frac{C_p}{C_v}$ dla powietrza

Nr pom.	Wskazania manometru przed rozprężeniem adiabatycznym, [mm]			Wskazania manometru po ogrzaniu izochorycznym, [mm]			$\kappa_i = \frac{C_p}{C_v}$
	w ramieniu		różnica wysokości	w ramieniu		różnica wysokości	
	lewym	prawym		lewym	prawym		
	H_1	H_2	H	h_1	h_2	h	
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
Średnia wartość stosunku C_p do C_v dla powietrza						$\kappa =$	
Wartość tablicowa dla cząsteczek gazu						$\kappa_t =$	

Ćwiczenie 228. Wyznaczanie stosunku $\frac{C_p}{C_v}$ dla powietrza

Wprowadzenie

W przypadku gazów posługujemy się pojęciami molowego ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu gazu – C_p i molowego ciepła właściwego przy stałej objętości gazu – C_v .

Molowym ciepłem właściwym C_v nazywamy ilość ciepła potrzebną do ogrzania jednego mola gazu o 1 kelwin, przy stałej objętości gazu. Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki:

$$dQ = dU + dW, \quad (1)$$

gdzie dQ jest ciepłem dostarczonym do ciała, dU zmianą jego energii wewnętrznej, a dW pracą wykonaną przez ciało. Praca ta, przy ciśnieniu gazu p , wyraża się wzorem:

$$dW = p \cdot dV, \quad (2)$$

dV – zmiana objętości gazu. Ponieważ dla przemiany izochorycznej ($V = \text{constans}$), $dV = 0$, to i praca $dW = 0$. Mamy więc, w tym przypadku, równość:

$$dQ = dU. \quad (3)$$

Gdy temperatura n moli gazu w przemianie izochorycznej wzrasta o dT , gaz pobiera ciepło dQ :

$$dQ = n C_v \cdot dT. \quad (4)$$

Uwzględniając (3) i (4) możemy napisać:

$$dU = n C_v \cdot dT. \quad (5)$$

Ostatni wzór na zmianę energii wewnętrznej gazu jest słuszny dla wszelkich przemian, a nie tylko dla przemiany izochorycznej.

Molowym ciepłem właściwym C_p nazywamy ilość ciepła potrzebną do ogrzania 1 mola gazu o 1 kelwin, gdy gaz zachowuje stałe ciśnienie. Ciepło pobrane przez gaz podczas przemiany izobarycznej ($p = \text{constans}$) można wyrazić wzorem:

$$dQ = n C_p \cdot dT, \quad (6)$$

natomiast praca dW , uwzględniając *równanie Clapeyrona*:

$$pV = nRT, \quad (7)$$

(skąd $p dV = nR dT$), równa jest:

$$dW = nR \cdot dT. \quad (8)$$

R jest stałą gazową: $R = 8,31 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$.

Podstawiając zależności (6), (5) i (8) do równania (1) otrzymamy związek pomiędzy molowym ciepłem właściwymi C_p i C_v :

$$C_p = C_v + R. \quad (9)$$

W przemianie izobarycznej ciepło dostarczone jest zużywane nie tylko na ogrzanie gazu, ale również na pracę wykonywaną przez gaz i dlatego $C_p > C_v$.

Stosunek C_p/C_v oznaczany jest jako κ i nazywany *współczynnikiem Poissona*. Wartość liczbowa κ jest w przybliżeniu jednakowa dla gazów o tej samej liczbie atomów w cząsteczce.

Współczynnik κ występuje we wzorze na przemianę adiabatyczną gazu. Jeżeli gaz podlega *przemianie adiabatycznej* (nie zachodzi wymiana ciepła z otoczeniem, $dQ = 0$), to z pierwszej zasady termodynamiki (1) i równania Clapeyrona (7) można wyprowadzić równanie adiabaty:

$$p \cdot V^\kappa = \text{constans}. \quad (10)$$

Zasada pomiaru współczynnika κ dla powietrza

W szklanym balonie B o objętości kilkudziesięciu litrów sprężamy powietrze do ciśnienia p , wyższego od ciśnienia atmosferycznego o równowartość ciśnienia hydrostatycznego słupka cieczy o wysokości H , wynoszącej 10÷14 cm. Schemat układu pomiarowego pokazano na rys. 1.

Zawór Z (może to być szklany kran próżniowy) pozwala na napompowanie powietrza do ciśnienia p_1 lub połączenie balonu B z powietrzem atmosferycznym. Zawór ten otwieramy i po pierwszym wyrównaniu poziomów ponownie zamykamy (czas otwarcia 1 do 2 sekund). Powodujemy w ten sposób adybatyczne rozprężenie powietrza. Początkowe ciśnienie p_1 spada wtedy do ciśnienia atmosferycznego p_a , a zatem ciśnienie powietrza w balonie zmniejszy się o wartość

$$\Delta p_{ad} = p_1 - p_a = \rho g H \quad (11)$$

gdzie ρ oznacza gęstość cieczy (zabarwionej wody). Na rysunku 2 odpowiada to przejściu od punktu 1 do 2 po adiabadzie. Po zamknięciu zaworu gaz powoli ogrzewa się, a jego ciśnienie wzrasta do wartości p_3 , punkt 3 na rys. 2. Różnica poziomów w rurce manometrycznej ustala się na wartości h . Ponieważ temperatura otoczenia nie ulega zmianie w czasie trwania doświadczenia, punktem 1 i 3 odpowiada ta sama temperatura —

leżą, więc, one na tej samej izotermie:

$$pV = \text{constans}. \quad (12)$$

Zatem przejściu od punktu 1 do 3 po izotermie odpowiada zmniejszenie ciśnienia o wartość:

$$\Delta p_{iz} = p_1 - p_3 = \rho g H - \rho g h = \rho g (H - h). \quad (13)$$

Aby znaleźć związek pomiędzy κ a Δp_{iz} i Δp_{ad} , logarytmujemy równania (10) i (12):

$$\ln p + \kappa \ln V = \text{const}, \quad \ln p + \ln V = \text{const}. \quad (14)$$

Różniczkując równania (14) otrzymamy:

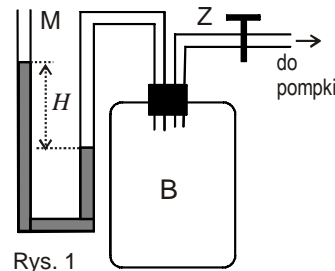
$$\frac{dp}{p} + \kappa \frac{dV}{V} = 0, \quad \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = 0. \quad (15)$$

Ze względu na relacje $\Delta p \ll p$ i $\Delta V \ll V$, słuszne dla obu przemian, w powyższych równaniach możemy zastąpić różniczki dp i dV odpowiadającymi im skończonymi przyrostami Δp i ΔV . Ponieważ punkty 2 i 3 leżą praktycznie na izochorze (punktem 2 i 3 na rys. 2 odpowiada ta sama objętość), to zmiany objętości dla obu przemian są jednakowe: $\Delta V_{ad} = \Delta V_{iz} = \Delta V$. Równania (15) mają wówczas postać następującą:

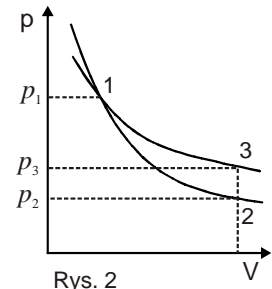
$$\frac{\Delta p_{ad}}{p} = \kappa \frac{\Delta V}{V}, \quad \frac{\Delta p_{iz}}{p} = \frac{\Delta V}{V}.$$

Dzieląc te równania stronami dostajemy: $\kappa = \Delta p_{ad} / \Delta p_{iz}$. Podstawiamy wyrażenia (11) i (13) w miejsce Δp_{ad} i Δp_{iz} i otrzymujemy wzór, który służy do wyznaczenia κ :

$$\kappa = \frac{H}{H - h}. \quad (16)$$



Rys. 1



Rys. 2

Wykonanie pomiarów

1. Przy otwartym zaworze Z (rys. 1) pompką wytarczamy w zbiorniku B różnicę ciśnienia tak, aby w manometrze M różnica poziomów cieczy wynosiła $100 \div 140$ mm.
2. Czekamy kilka minut, aż ustali się temperatura w zbiorniku i poziomy cieczy w manometrze M nie będą się zmieniać. Odczytujemy położenia poziomów cieczy w lewym i prawym ramieniu manometru — H_1 i H_2 .
3. Otwieramy zawór Z do chwili pierwszego chwilowego wyrównania poziomów (czas otwarcia od około 1 do 2 sekund) i ponownie zamykamy. Powodujemy w ten sposób rozprężenie adiabatyczne powietrza.
4. Czekamy kilka minut, aż temperatura w zbiorniku ustali się i odczytujemy położenia poziomów cieczy w lewym i prawym ramieniu manometru — h_1 i h_2 .
5. Różnice $H = H_1 - H_2$, $h = h_1 - h_2$ wstawiamy do wzoru (16) i obliczamy κ .
6. Pomiary powtarzamy co najmniej 8 razy. Z uzyskanych wartości κ_i obliczamy średnią κ , którą przyjmujemy jako ostateczną wartość stosunku C_p/C_v dla powietrza.

Rachunek błędów

Obliczamy błąd bezwzględny $\Delta\kappa$ jako błąd średni kwadratowy z n pomiarów:

$$\Delta\kappa = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta\kappa_i)^2}{n(n-1)}}, \quad \Delta\kappa_i = |\kappa - \kappa_i|.$$

Można również policzyć błąd pojedynczego pomiaru (metodą różniczki zupełnej, którą stosujemy do wzoru (16)):

$$\frac{\Delta\kappa}{\kappa} = \left| \frac{h}{H(H-h)} \right| \Delta H + \left| \frac{1}{H-h} \right| \Delta h,$$

gdzie $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$, $\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2$, $\Delta H_1 = \Delta H_2 = \Delta h_1 = \Delta h_2 = 1$ mm — dokładność odczytywania poziomu cieczy w manometrze.